

potential, $1/x$, e , $\log$, a^x

インターネットを見ていると「 $1/x$ の哲学的な意味は？」と言うのがあった。それでこんな記述を試みた。

- (1) $1/x$ は様々なところで出てくる数式である。重力、電磁気力などの potential として出てくるものである。 x を距離などと考えると、距離が増せば関係は距離に反比例して薄まる、とでも考えると何となく納得してもよさそうなものである。
- (2) この potential だが、重力の場合には無限遠点を「 -0 」として定義している。無限遠点なら影響はなくなるだろうから、これでよいのだろう。ある種の常数を設定しようもない。無限大など設定してしまったら、宇宙エネルギー無限大などとなってしまう收拾がつかなくなることもわかる。無限遠点から近づいてくると、マイナスの potential が存在してくることになる。これは、二つの物質を引き離そうとしたときには、引力に逆らうプラスの力が必要になるのだから、逆に近づいてくる場合はマイナスと考えることができるだろう。
- (3) 我々は、1, 2, 3 などという数字を使って生活している。これは、私は「生活数字・経済数字」などと思っていて、自然界というものは指数が基本と思っている。当初は「 e 」などは知らないのだから、指数と言えばまず誰でも思い浮かぶのが「 a^x 」のようなものだろう。対数はまず 10 を底としたものを覚えているだろう。
- (4) この指数の微分は？と考えはじめると、ここで $\log$ や e が出てくる。 $(a^x)' = \log_e a \cdot a^x$ が出てくる。ここでネピア数(e)などの存在を知ることになる。 $a=e$ なら $(e^x)' = e^x$ (何回微分しても変わらない) も知る。
- (5) いろいろなところで出てくる「 $1/x$ の積分」も必要になり知りたくなる。 $(x^n)' = nx^{n-1}$ (n は有理数) は知っているが(と言っても、この証明はまた難しく本当に知っている人は一部に過ぎないのだろう、一旦その証明は避けて進むことにする: 別掲)、この知識だけでは積分できない。 $\int \frac{1}{x^{1+p}} dx$ のように考えて、指数の積分をして、 p の無限小を考えることにより $\log_e x$ となることがわかる。
- (6) 微分方程式などを解こうとすると、すぐに「 e 」が出てくる。宇宙、統計、量子、生物などなど何でも e が出てくる。これは方程式中に $1/x$ が存在することからなのである。
- (7) こんなことで potential, $1/x$, e , $\log$ というものは自然界の基本関係と思えるのである。ある施設の利用度なども $1/x$ (利用者と施設の距離)、人間関係も $1/x$ (同じ事象への関心度、血縁の近さなど) などと思えるのである。こんなことで最近は何か考える場合は「 $1/x$ 重視」となっている。最近ある重量挙げをやっている軽量級の友人と話していたら、体重別の不公平(単位体重当たりの上げ量は軽量級の方が大きい)の話しになり、それは $\log$ ではないのなどと冗談話をしたことがある。