置換積分＝座標変換？

　微積分をやっていると座標変換というものを教えることなく、突然先生から「$d(sin\theta)=\cos\theta d\theta$だから」などと言われて先に進まれてしまう。これも座標変換ではないだろうか。

　例えば　$\int 1 \cdot d(sin\theta)$　のような簡単な例を考えてみよう。これは　$sin\theta$　を軸として１を積分するものである。

・ これでは積分は困難だから、何とかｄθの形にしたい。
・ そうなると、元の１と言う被積分関数を何かで伸縮させなければならない。そこで伸縮関数は何かと言うことになる。
・ 伸縮関数は何かと考えてみるとそれは「$sin\theta$の変化分であり、それは微分の$\cos\theta$」と言うことになる。
　と言うことが直感的にわかる。

図的に考えれば、下記の図のようになる。まず　$\lim_{x\to 0}\frac{sin(x)}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\cdots}{x}=1$　の極限値を確認しておく必要がある。

これで下記のようになる。

$$\frac{d(sin\theta)}{d\theta}=\lim_{\Delta\theta\to 0}\frac{sin(\theta+\Delta\theta)-sin(\theta)}{\Delta\theta}=\lim_{\Delta\theta\to 0}\frac{sin(\theta)\cos(\Delta\theta)+\cos(\theta)sin(\Delta\theta)-sin(\theta)}{\Delta\theta}=\lim_{\Delta\theta\to 0}\frac{\cos(\theta)sin(\Delta\theta)}{\Delta\theta}=\cos(\theta) \qquad d(sin\theta)=\cos(\theta)d\theta$$

こんな風に考えるようにすれば、後は機械的に行くだろう。宇宙などは指数座標で考える方が良いのかも知れない。