

divergence, gradient, rotation の入口

電気を大学でやると間もなく「divergence, gradient, rotation」などが出てきて面食らう。行列式、ベクトルやベクトル解析、偏微分など数学の教科も並行して行われるが、私もそうだったが本当には真面目でない普通の学生の場合は上っ面で過ごすので、疑問多々あるいはわからない状態で終えてしまう。社会に出てもそんなものは一部の人間しか必要ないはずなので、特に害にはならない。特に弱電系では使うことも少ないかも知れない。でも、これでは電気科を卒業したとは堂々と言にくい。70 歳を過ぎて、電気科の仲間と時々飲む。学校に残った人間、国家の研究行った人間、メーカ、商社など様々だが電気に関してトンチンカンな会話が飛び交うと「お前何科、俺達電気科だったよな」と顔を見合わせながら大笑いしている。

こんなことで「divergence, gradient, rotation」もおさらいしている。おさらいと言うよりは卒業後 50 年もして最初の真面目な勉強と言えるだろう。

教科書というものは、言葉足らずである。易しいものならともかく、ちょっと複雑になったり抽象的になったりするとなかなか理解は難しいし、染みつくまでには時間もかかる。それを補うためにいろいろの参考本が出ている。昔と違い今は沢山出ている。それでも普通の学生には言葉足らずである、と思うのは私だけだろうか。老かいな先生でないと根源まで授業できないかも知れないし、居眠りでもしていれば聞き逃してしまう。沢山出ている参考本も私には言葉足らずで、行きつ戻りつ、自ら追加しないと理解できない。

下を見て、いろいろ疑問を感じながら下表にもとづいてジャンプ参照いただいた方が良いかも知れない。

《物事と言うもの》物事と言うものには様々な要素がある。

・寸法、面積、体積、
・重さ、密度、
・方向、
・距離、速度、加速度、
・時間の経過、
・特性、
などである。数学や物理はこれらのものに対して対応しなければならない。その対応のためにいろいろ発展し、定義されてきたと言えるだろう。

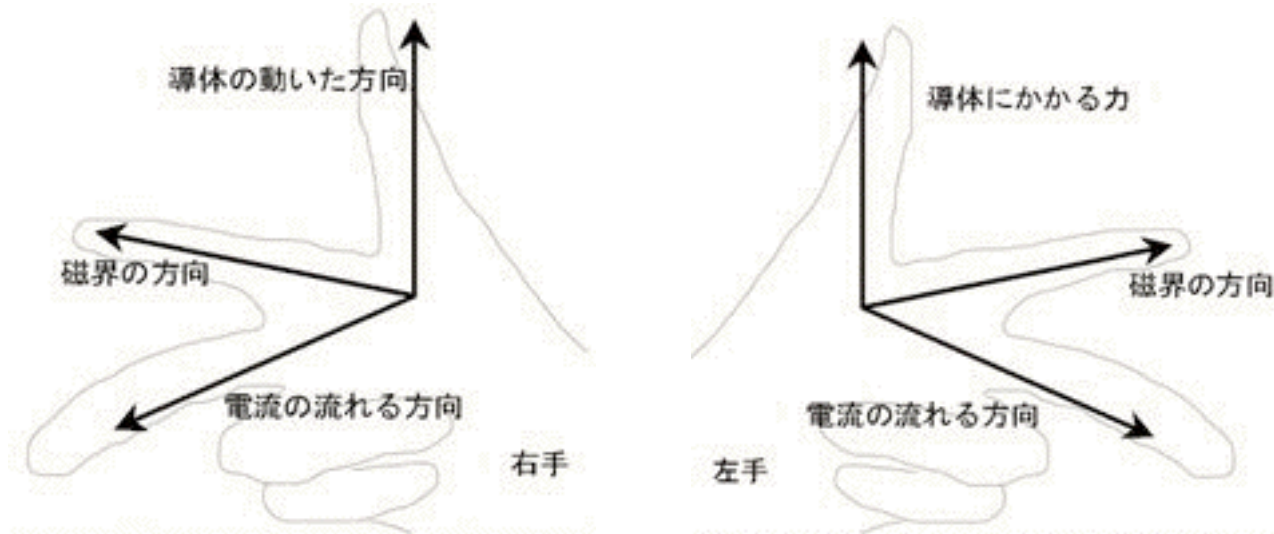
《電界と磁界》

電気をやるなら、まずここからだろう。

- ・今は知らないが、昔はセルロイドという物質の下敷きがあった。火をつけると激しく燃えて危険なものだが、こすると電気を帯びる（静電気の帯電）。これを女の子の髪に近づけると髪が動く。こんなことで髪の毛の長い女の子（男は皆坊主頭）をからかっていたものである。車に乗ろうとして鍵を車に差し込もうとするとパチッとショックを感じる、今は電子キー。こんなことは少なくなってしまった。山登りをしていて雷雲が至近距離に近づいてくると髪の毛が逆立つという。
- ・これは電荷（ ρ ）が下敷きなどに貯まっていたということである。目には見えないが、ここから周囲に電気力線が出ていて、周囲に何らかの影響を及ぼしている証拠である。

- ・ 磁力線だが、紙の下に磁石をセットし、紙の上に鉄入りの砂をばらまくと模様が出る。

《フレミングの右手、左手の法則》



右手、左手はいつまでも「どちらだっけ？」状態が続いていた。「親指は力、人差し指は磁界、中指は電流」はやっと覚えそうである。「モーターは右手、発電機は左手」も覚えそうである。終生「なぜこんな関係にあるのか？」ばかり気になっていたが、未だにそれはわかっていない。

「ベクトル積」というものがある。

- ・ フレミングの右手の法則のように、二つのベクトルの積をとると、結果はあらぬ方向のベクトルとなってしまう。普通の頭の人間や機械系ではそんなことはありようはずがないから、純粋に数学内で理解しようとする「何故あらぬ方向に？、理解できない」となる。

勝手な推測だが、ベクトル積というものは電磁気系を意識した定義なのではないだろうか。それが、純粋な数学内でいきなり出てくるのが間違っているのではないだろうか。

正しいかどうかはわからないのだが、すべての理工科系の人々に「右手の法則の存在を示し、電磁気学では電流と磁力線はこのように働くのでベクトル積の方向はこう定義する、他の世界ではこのようなものはないので使うのは電気系の人々だけだ」とでも話して

もらえれば、ベクトル積も一瞬に理解してしまうのではないだろうか。

このように、rotation やマックスウェルの電磁方程式などは、この経験的なものも式に含まれているようである。式の中の+や-に右手や左手の法則が含まれているようだ。だから、**経験的なものとしての割り切りがなければ先に進まないもの**のように思えてきた。しかし、理屈っぽい生徒も居るのだから先生もここまで言及して欲しい。

《使われる文字や単位》

文字一つにしても厳密に頭に入れておかないと理解できない。こんなものが出てくる。単位や細かいことはご自分でお調べいただく。現実の世界では、次から次へといろいろ出てくる。

E . . . 電界の強度 (electric field) (上記のセルロイドの下敷きなど)

D . . . 電界により出来た電束の密度 (electric flux density)

ε . . . 誘電率 (permittivity) (電気を誘う率：電界の伝わり易さ)

$D = \epsilon E$ (真空は1、空気 $1 + \alpha$ (多くの気体)、ガラス (3~10)、ロッシェル 100~2000 塩、金属は ∞ 、身の回りにある多くのものは10以下)

H . . . 磁界の強度 (magnetic field)

B . . . 磁界により出来た磁束の密度 (magnetic flux density)

μ . . . 透磁率 (magnetic permittivity) (磁界が透過する率：磁界の素抜けではない通りやすさ)

$B = \mu H$ (アルミ (被磁性体は) 1、鉄 300、パーマロイ 8000、値が大きいほど強い磁石ができる)

ρ . . . 電荷 (electric charge)

説明は後として、マクスウェルの電磁方程式だが、

$\text{rot } E = - \partial B / \partial t$. . . (1) 電界の回転は磁束の変化に等しい

$\text{rot } H = \partial D / \partial t + i$. . . (2) 磁界の変化は電束の変化と起電流の和である

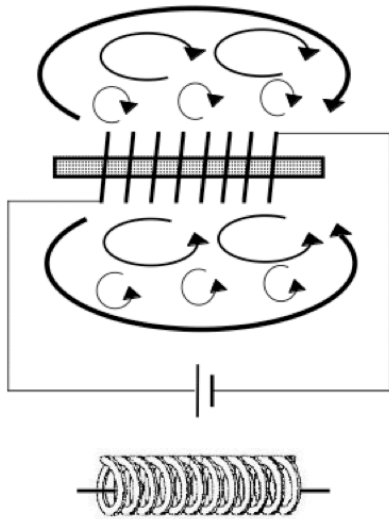
$\text{div } D = \rho$. . . (3) 電束密度の発散は電荷に等しい

$\text{div } B = 0$. . . (4) 磁束密度の発散は0である

とある。

上のような関係を見れば、EとHは置換ができる。しかし、Hの代わりに何故 B / μ 、Eの代わりに D / ϵ を使わないのかにも理由がありそうである。多分誘電率や透過率を使わない大元の式を意識してのことだろう。

《磁力線と磁石》



- ・ 鉄心を使わなくても磁界はできる。何故、鉄心を使うのか？（鉄など金属が持つ磁力の助けを借りて強い磁界をつくる）
- ・ 何故、軟鉄を使うのか？（磁化されるが電流がなくなると戻る）
- ・ 何故、巻数が多いと磁石は強くなるのか？（図のように巻数が多いほど太い磁界線のように強いものとなる）（内側の小さな磁界は隣の線の磁界と相殺する部分と加わる部分が生じて加わる部分で大きくなる。）

《ガウスとクーロン》

電気をやるものなら知っておかなければならないものである。 《いきなり式を並べよう》

ガウスの定理

$$\varepsilon_0 \int E_n ds = q \quad \int E_n ds = 4\pi q$$

MKSAと言う単位での表記： ε_0 は真空中の誘電率= 8.854×10^{-22} farad/m) 電荷から出ている電気力線を全部加えれば電荷に等しいことを示している。上の式のCGS単位での表記は右式のようなになる。何故、 4π が出てくるのか？それは電荷を球で包んだときに表面積との関係からである。

クーロンの法則

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0 q}{r^2} \quad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

電荷 q からの距離に単位電荷 q_0)はある時の両者間に働く力(斥力または排力)電気力線の密度： $F=q_0E$ である。

$1/r$ はポテンシャルであり、 $1/r^2$ と言うものは加速度(=力)である、電荷の中心点距離で考えればよいのは、均質な球から受ける重力などで「球の中心に密度がすべて集中していると考えて良い」ことと同じである(これは宇宙→重力で説明している)。

であるから、電荷が球の中に均質に分布しているときは「球の中心に電荷がすべて集中していると考えて良い」

式の説明は何等かの教科書など参照して欲しい。下記のコメントを加えておこう。

真空中の誘電率 $=8.854 \times 10^{-22} \text{farad/m}$ などの値がある。プランクの常数など様々な常数がある。誰がいつどんな方法で測定し、値を決めたのか、測定で4桁もの精度で値が決まるものか、は常々不思議に思っているのだが、こんな本などは見たことがないのも不思議である(売れる本とは思えないが)。最近インターネットで調べれば発見できるだろう。

4π が出てくるのは、球の表面積 $4\pi r^2$ からである。球の体積ではない点に注意を要する。

微分方程式の解などを求めると直ぐに「 e 」が出てくる。これは $1/r$ と言う距離に反比例する要素が物事には存在することが多いからである。「人と距離を置く、倍の距離を置く」などという。倍の距離を置くと言うことは、実質的には $1/4$ 倍の接触密度にするとすることになるのかも知れない。