

ベクトル・内積

ベクトルの内積というのも理解しにくいものの一つである。

- ・ ベクトルは「方向を持つ力として」わかる。
- ・ 「ベクトルの和」というものもわかる。
- ・ ところが「ベクトルの内積」などとなるとわかりにくくなる。

$(a,b) = |a||b|\cos\theta$ であると多くの本は定義だけである。そんなものは見ればわかる。覚えればよい。

何故、わからなくなるかと言えば、

- ・ 何でその定義が有効なのか。
- ・ どんな世の中の事象と一致するのか。

が最初に説明されないからである。数学はそんなことばかりである。

インターネットで調べてみたが、うまい説明はない。そこでこんなものはどうだろうと思った。

- (1) 直線のレールの上に電車が乗っている。この電車は軽くブレーキがかかっている、 a という力単位を後方から加えると b メートル動いて止まる。レール上だからレール方向の直線以外には動かない。
- (2) 斜め後方からの力でもそれなりに動く。力の方向は完全な後方より θ ずれている。この時に斜め後方（真後ろも含む）からの力単位は $a \times \cos\theta = a\cos\theta$ である。
- (3) 今斜め後方から a の力を加えると、電車に加わる力は、 $a\cos\theta$ で、動く距離は $abc\cos\theta$ である。
- (4) 電車がこのように動くのはわかる。「静止している電車はベクトルなのか」と言うことに疑問がある。これはベクトルではなく「 b の力を θ の角度で与えると $a b \cos\theta$ のベクトルになる」と言うことなのだろう。
- (5) しかし、それなら内積というより別の表現が良いのかも知れない。私の頭がおかしいのか、数多の先生の説明が悪いのか、言葉悪いのか皆目検討がつかない。日本語というものは変な翻訳をする場合がある。「内積」を調べてみると「inner product」である。これなら素直にわかるではないか。数学用語の直訳をすれば確かに「内積」である。しかし、product=産出物、所業、結果の方が相応し

い。「内に積もる」と考えればわかりやすいのだ。積を「掛け算」と思ってしまうとピンと来ないのだ。私は、このようにわかったことにしよう。私の場合、英語は得意とは全く言えないが、こんな風に英語で理解する時がしばしばある。

(6) ベクトルの場合 $2 \times 3 = 6$ のような掛け算はない、とだけ書いてある。こんなことも初心者には説明不足である。力なので一致した方向に 2 と 3 の力が合わされば 5 になるのはわかる。でも 6 のようにどこからか力が更に 1 増すことなどあり得ないと考えれば、 $2 \times 3 = 6$ のようなことはないのはわかる。割り算もないのは同様である。

上の電車の例をヨットで説明している例を見たことがある。ところが、この例はちょっと私を混乱させた。何故ならばヨットの胴体下には大きなキールという板がついていて、ヨットが基本的にキール板方向に進むようになっている。しかし、斜めからの風では $\sin \theta$ 要素が働き、水に浮いているものだから、その分横ずれしてしまうからである。レール上なら $\cos \theta$ だけである。